グラフマッチング学習を用いた RGB-D 画像からの物体検出

金崎 朝子 *1, Emanuele Rodolà*2, 原田 達也 *1

Learning Graph Matching for Object Detection from RGB-D Images

Asako KANEZAKI*1, Emanuele RODOLÀ*2 and Tatsuya HARADA*1

*1 Grad. School of Information Science and Technology, The University of Tokyo 7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan
 *2 Computer Vision Group, TU Munich, Germany

We propose an optimization method for estimating parameters in graph-theoretical formulations of the matching problem for object detection. Unlike several methods which optimize parameters for graph matching in a way to promote correct correspondences and to restrict wrong ones, our approach aims at improving performance in the more general task of object detection. In our formulation, similarity functions are adjusted so as to increase the overall similarity among a reference model and the observed target, and at the same time reduce the similarity among reference and "non-target" objects. We evaluate the proposed method in a challenging scenario, namely object detection using data captured with a Kinect sensor in a real environment, demonstrating substantial improvements.

Key Words: keypoint matching, graph matching, optimization, gradient descent method, 3D shape

1. 背 景

画像からの物体検出はロボットのマニピュレーションや行動計画等において重要なタスクである.物体を検出する手法として,SIFT (*)等の特徴点検出と記述子を用いて現在の画像フレームと物体の参照画像間の対応点集合を求める手法がよく知られている.対応点は,各特徴点の周辺の局所領域を記述する局所記述子同士を比較し,その類似度が高い点同士を結ぶことで得られる.ここで,参照画像中の特徴点に対応する特徴点が現在の画像フレーム内に存在しない場合(隠れ:オクルージョン)や,照明変化や物体の姿勢変化によって記述子自体が大きく変化した場合,よく似た別の特徴点が選択される誤対応が発生しがちである.SIFT特徴点と記述子を用いて,参照画像中の全特徴点に対する対応点を全探索した結果を図1(a)に示す.非常に多くの誤対応点が得られている様子が分かる.

誤対応点を除去する方法として RANdom SAmple Consensus (RANSAC) がよく知られている.RANSAC は,対応点集合の中からある部分集合をランダムに選択して物体の姿勢変化パラメータを推定し,外れ値を除く操作を繰り返して,最適な対応点集合を選択する手法である.ただし,初期対応点集合中の誤対応点の数が比較的多い場合には推定に失敗しがちである.

$$s_{ij} \equiv \exp(-|||p_i - p_j|| - ||p_{i'} - p_{j'}|||)$$
 (1)

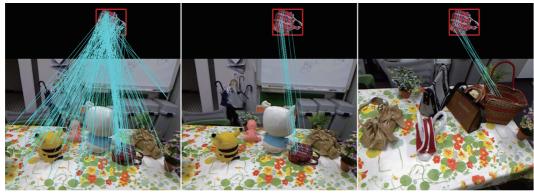
これは,参照画像中の点間距離と現在の画像フレーム中の点間距離が近いほど1に近く,遠いほど0に近い値をとる.ここで対応点の総数をMとし, $A_{ij}=s_{ij}(i\neq j)$, $A_{ii}=0$ となる $M\times M$ の行列 $A\in \mathbb{R}^{M\times M}$ を用意する.さらに,各対応点の割り当てを表すベクトル $\mathbf{x}\in\{0,1\}^M$ を用意する.これらを用いて,本手法は下記の二次割当問題を解く.

$$\max x^{T} A x \tag{2}$$

x が離散値をとるとき , 上式は NP 困難であることが 知られている . そこで , x の各要素が [0,1] の範囲の連

もうひとつのよく知られる方法として,二組の対応 点ペアの類似度の総和を最大化するような対応点の部 分集合を決定するものがある.二組の対応点ペアの類 似度計算には,点間距離がよく使用される.特に剛体 の物体を扱う場合は,ユークリッド距離を用いる.以 下,この手法をより具体的に説明する.まず,参照画 像中の点iと点jに対して,現在の画像フレーム中の 対応点をそれぞれi',j'とし,点x0三次元位置座標 を p_x とおく.画像中の点の三次元位置座標は特徴点 のスケールから推定することも可能であるが,本研究 では RGB-D 画像を使用し,深度情報から一意に求ま るものとする.これら二組の対応点ペアの類似度 s_{ij} は,下式で定義できる.

^{*1} 東京大学大学院情報理工学系研究科 {kanezaki,harada}@mi.t.u-tokyo.ac.jp



(a) initial correspondences

(b) selected correspondences (true)

(c) selected correspondences (false)

Fig. 1 SIFT 特徴点と記述子で得られた物体参照画像との対応点集合の例 . (a) 全探索により得られた初期対応点集合 . (b) 誤対応点除去を行った正解の対応点集合 . (c) 誤対応点除去を行った不正解の対応点集合 .

続値をとるとし, $\|x\|_2 = 1$ の制約の下で上式を解く手法が提案されている $^{(3)}$. 最終的にx のi 番めの要素がある閾値以上であればi 番めの対応点を残し,それ以外を誤対応点として除去する.また, $\|x\|_1 = 1$ の制約の下で上式を解き,x としてより安定した解を得る手法が提案されており $^{(9)}$,本研究ではこれを用いる.これらの手法は,一般にグラフマッチングと呼ばれている.グラフマッチングによって得られた(すなわち,誤対応点除去後の)対応点集合の例を図 1 (b) と図 1 (c) に示す.ただし,図 1 (b) には正解の対応点集合を、図 1 (c) には不正解の対応点集合を載せた.

こうして得られた対応点集合に対して,最終的に,正しく物体を検出できているかどうかを評価する必要がある.つまり,目的の物体が写っていない状況で得られた対応点集合に対しては,それが負例であると判断して棄却する必要がある.このため,本研究では対応点集合類似度を設計し,正解の対応点集合に対してはこの値が高く,不正解の対応点集合に対してはこの値が高く,不正解の対応点集合に対してはるような学習手法を提案する.対応点集合類似度として,最も単純には,最終的に残った対応点集合中の全対応点ペアの類似度 s_{ij} の総和を(残った)対応点の総数 N で正規化した下記の値が使用できる.

$$\frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \exp\left(-|\|p_i - p_j\| - \|p_{i'} - p_{j'}\||\right)$$
(3)

これは、任意の二組の対応点ペアの幾何的な整合性を対応点集合全体で評価した値となる.しかしながら、この方法では"偶然"互いに幾何的な整合性のとれた対応点ペアを抑制することができない(図1(c)参照).よって、高く評価する対応点ペアと低く評価する(無視する)対応点ペアとを区別するよう物体毎に学習し、偶然的に全体の類似度が高くなってしまう事例を減ら

す必要がある.

本研究では,RGB-D 画像を入力とし,対応点ペア類似度行列の二次割当問題を解いて得られた対応点集合に対して,その正当性を評価する対応点集合類似度を導入し,そのパラメータを物体毎に学習する手法を提案する.対応点集合類似度は,二組の対応点ペアの類似度(式(1))に対し,ある一方の対応点ペアのもつ色ともう一方の対応点ペアのもつ色との組み合わせによって区別されたインデックスに対する重みを乗算し,全対応点ペアについてこの値を総和する.ここで,重みは(対象物体毎に)高く評価すべき対応点ペアに対して小さくなるように学習する.

本研究と同様に対応点集合の類似度を最大化する問題を QAP 定式化として解き,そのパラメータを学習した研究例は他にも多数存在する $^{(2)}$ (4) $^{(6)}$ (8). 例えば Caetano et al. $^{(2)}$ は QAP における正解の割当ベクトル x と推定された割当ベクトル \hat{x} の間のハミング損失を定義し,これを最小化することで,60 次元の Shape Context 記述子 $^{(1)}$ に対する重みを学習した.また,Leordeanu et al. $^{(5)}$ は教師なし学習の枠組みで,距離や角度等の計 7 次元の類似度に対する重みを学習した.これらに対し,本研究は点集合としての物体検出に用いるスコアの最適化という観点からパラメータを学習する点が新しい.

2. 手 法

提案手法の概念図を図 2 に示す.提案手法は,対応点集合類似度が,正解の対応点集合は高く,不正解の対応点集合は低くなるよう,二組の対応点ペアに対する重みを学習する.ここで二組の対応点は色の組み合わせによって区別する.具体的には,まず Hue 値を k

個のビンに分割し,参照画像中の各点の Hue 値がどのビンに所属するかを示すベクトルを $\mathbf{h} \in \mathbf{R}^k$ とする.所属するビンの値は 1 、それ以外のビンの値は 0 とする.そして,参照画像中の点 i のベクトル \mathbf{h}_i と点 j のベクトル \mathbf{h}_j について行列 $H \equiv \mathbf{h}_i \mathbf{h}_j^{\mathsf{T}}$ を求め,さらに $H'_{mn} = H_{mn} + H_{nm} (m \neq n)$, $H'_{mn} = H_{nn}$ となる行列 H' を計算する.そして H' の上三角成分(対角成分を含む)を並べたベクトルを $\mathbf{q}_{ij} \in \mathbf{R}^{k(k+1)/2}$ とする.本研究の目的は,このベクトル \mathbf{q}_{ij} に対する重み $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^{k(k+1)/2}$ を物体毎に最適化することである.

提案する対応点集合類似度 g(w) を下式で定義する.

$$\frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \left(1 - \exp\left(\frac{-\alpha \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{q}_{ij}}{|||p_i - p_j|| - ||p_{i'} - p_{j'}||| + \varepsilon} \right) \right)$$
(4)

ここで, α は指数関数の出力が 0 か 1 に張り付かないよう調整する定数であり, ε は指数関数の中身の分母が 0 になることを防ぐための小さな値の定数である.本研究では $\alpha=10^{-3}$, $\varepsilon=10^{-20}$ とした.

提案手法は学習データセットに対して,正解の対応 点集合の g(w) が大きく,不正解の対応点集合の g(w) が小さくなるような w を決定する.このために,SVM 等の識別器学習と同様に学習サンプルを適切に分離す る超平面を考え,そのマージン内に学習サンプルが入っ てしまう損失の量であるヒンジロスを最小化させるこ とを考える.このためにはスコア関数の値域が $-\infty$ から $+\infty$ までの値を取る必要がある.そこで,本研究で は対応点集合の正解らしさを評価するスコア関数を下 式で定義する.

$$f(\mathbf{w}, b) \equiv \log \operatorname{it}(g(\mathbf{w})) + b$$
$$= \log(g(\mathbf{w})) - \log(1 - g(\mathbf{w})) + b \tag{5}$$

ただしb はオフセットであり, w と共に学習する変数である.ここで正解対応点集合のラベルをy=1, 不正解対応点集合のラベルをy=-1 とすると, ヒンジロス関数は下記のとおりとなる.

$$l(\mathbf{w}, b; (f, y)) = \begin{cases} 0 & yf(\mathbf{w}, b) \ge 1\\ 1 - yf(\mathbf{w}, b) & otherwise \end{cases}$$
 (6)

提案手法は w の初期値を零ベクトルに近いベクトル $w_0=(\varepsilon',\ldots,\varepsilon'),\varepsilon'\sim 0$, b の初期値を $b_0=0$ とし , 対応点集合を一つ観測する度にこれらを更新する逐次学習を行う . t 回めの更新後のパラメータを w_t , b_t とすると , w_{t+1} , b_{t+1} は下式で計算される .

$$\{\boldsymbol{w}_{t+1}, b_{t+1}\} = \underset{\boldsymbol{w}, b}{\arg\min} \frac{1}{2} (\|\boldsymbol{w} - \boldsymbol{w}_t\|^2 + \|b - b_t\|^2)$$
 (7)

s.t.
$$l(\mathbf{w}, b; (f_t, v_t)) = 0$$
 (8)

本式は閉形式である.解法を下記に示す.まず, $y_tf_t(\pmb{w}_t,b_t) \geq 1$ であれば, $\pmb{w}_{t+1} = \pmb{w}_t,b_{t+1} = b_t$ となる.このため,以下, $y_tf_t(\pmb{w}_t,b_t) < 1$ の場合のみを考える.ラグランジュの未定乗数法を用いて

$$L(\mathbf{w}_{t}, b_{t}, \lambda) = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}_{t+1} - \mathbf{w}_{t}\|^{2} + \frac{1}{2} \|b_{t+1} - b_{t}\|^{2} + \lambda (1 - y_{t} f_{t}(\mathbf{w}_{t}, b_{t}))$$
(9)

 $rac{\partial L}{\partial oldsymbol{w}_t} = 0, rac{\partial L}{\partial oldsymbol{h}_t} = 0$ より,下式が得られる.

$$\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{w}_t - \lambda y_t \frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t, b_t)}{\partial \mathbf{w}_t}$$
 (10)

$$b_{t+1} = b_t - \lambda y_t \tag{11}$$

ここでは $\frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t,b_t)}{\partial b_t}=1$ であることに注意されたい.上式を (9) に代入し,下式が得られる.

$$L(\lambda) = \frac{1}{2}\lambda^2 \left\| \frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t, b_t)}{\partial \mathbf{w}_t} \right\|^2 + \frac{1}{2}\lambda^2 + \lambda(1 - y_t f_t(\mathbf{w}_t, b_t))$$
(12)

ここで $\frac{\partial L}{\partial \mathbf{\lambda}} = 0$ より,下式が得られる.

$$\lambda = \frac{y_t f_t(\mathbf{w}_t, b_t) - 1}{\left\| \frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t, b_t)}{\partial w_t} \right\|^2 + 1}$$
(13)

したがって, \mathbf{w}_{t+1} と b_{t+1} の更新式は下式となる.

$$\mathbf{w}_{t+1} = \mathbf{w}_t + \frac{(y_t - f_t(\mathbf{w}_t, b_t))}{\left\| \frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t, b_t)}{\partial \mathbf{w}_t} \right\|^2 + 1} \cdot \frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t, b_t)}{\partial \mathbf{w}_t}$$
(14)

$$b_{t+1} = b_t + \frac{\left(y_t - f_t(\mathbf{w}_t, b_t)\right)}{\left\|\frac{\partial f_t(\mathbf{w}_t, b_t)}{\partial \mathbf{w}_t}\right\|^2 + 1}$$
(15)

 $f(\mathbf{w},b)$ の勾配は下式のとおり計算できる.

$$\begin{split} \frac{\partial f(\mathbf{w}, b)}{\partial \mathbf{w}} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} \text{logit}(g(\mathbf{w})) \\ &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}} (\log(g(\mathbf{w})) - \log(1 - g(\mathbf{w}))) \\ &= \frac{1}{g(\mathbf{w})(1 - g(\mathbf{w}))} \frac{\partial g(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}}. \end{split} \tag{16}$$

紙面の都合上導出は省略するが, $|||p_i-p_j||-||p_{i'}-p_{j'}||$ を d_{ij} とおき, $\frac{\partial g(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}}$ は下式のとおり計算できる.

$$\frac{\partial g(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} \left(\frac{\alpha \cdot \mathbf{q}_{ij}}{d_{ij} + \varepsilon} \cdot \exp\left(\frac{-\alpha \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{q}_{ij}}{d_{ij} + \varepsilon} \right) \right)$$
(17)

以上の更新を全学習サンプルについて行う操作を 1 試行とし,T 試行行った後に学習を終了させる(途中でヒンジロスが十分に小さくなった場合はそこで学習を打ちきっても良い。)本研究では T=100 とした.

3. 実 験

3·1 物体検出性能評価 Kinect センサで撮影した RGB-D 画像 (640×480)を用いて 10 個の物体の検

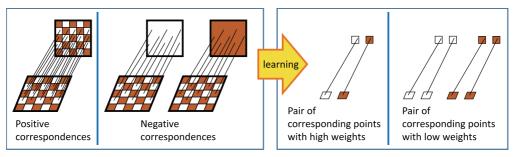


Fig. 2 提案手法の概念図.学習データとして正解の対応点集合と不正解の対応点集合を用意する. 提案手法は,対応点集合類似度が,正解の対応点集合は高く,不正解の対応点集合は低くなるよう,二組の対応点ペアに対する重みを学習する.二組の対応点は色の組み合わせによって区別する.この例では,白-茶,白-白,茶-茶の3種類となる.

出性能を検証する.学習データセットとして,各対象 物体につき一つの RGB-D 参照画像と, 少し視点をず らして撮影した 9 枚の RGB-D 画像を用意し(図3), 正解の対応点集合を求めた.また,対象物体が写って いない RGB-D 画像を各対象物体毎に 70 枚用意し,不 正解の対応点集合を求めた(図4(a)).対応点集合は, 参照画像からランダムに 2,000 点を選択し, 各点につ いて各学習用画像から RGB 値が最近傍となる 5 個の 点を求め(計 10,000 対応点), $||x||_1 = 1$ の制約を用 いたグラフマッチング手法 ⁽⁹⁾で絞り込みを行うことで 求めた.ここでは,最後に得られた割当ベクトルxの 二値化によって対応点の絞り込みを行うが, その閾値 はxの最大要素に0.5をかけた値とした.これにより, 絞り込み後の対応点の数は約200~300点となる.比 較手法として,参照画像と各学習画像から SIFT 特徴 点を求め, Brute-Force 法でマッチングを行った後にグ ラフマッチングを行うものも試す. なお, Hue 値の分 割数を k=3 とした (k=2,4,5 も試したが , 結果は 大きく変わらなかった.)

テスト画像 120 枚((図 4))に対する Precision-Recall カープを図 5 に,Average Precision を図 6 に示す.青線は SIFT 特徴点と式 (3)(ベースライン)の対応点集合類似度を用いた場合,緑線は RGB 最近傍探索と式 (3)(ベースライン)の対応点集合類似度を用いた場合,そして赤線は RGB 最近傍探索と式 (4)(提案手法)の対応点集合類似度を用いた場合である.まず,テクスチャが多く平面的である¹対象物体 No. 1 と No. 5 を除いて,SIFT 特徴点を用いた場合の性能が低いことが分かる.そして,RGB 最近傍探索を用いた場合,対象物体 No. 4 を除いて,全ての物体について提案手法の性能がベースラインよりも高いことが分か

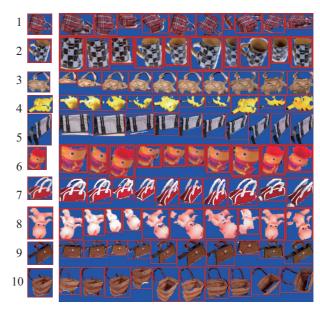


Fig. 3 対象物体の参照 RGB-D 画像と 9 枚の学習用 RGB-D 画像 .



Fig. 4 (a) 学習データにおける負例の対応点集合. (b) テストデータにおける正解対応点集合. (c) テストデータにおける不正解対応点集合.

る . 全対象物体の Average Precision の平均値は , SIFT 特徴点を用いた場合が 0.13 , RGB 最近傍探索を用いた場合のベースラインが 0.27 , そして提案手法が 0.31 であった .

¹対象物体 No. 1 は同一のテクスチャが連続的に並んでいるため , 参照物体と観測物体の間で正確な対応点を求めることは難しい . しかしながら , 今回はシーン中の物体の検出までを目的とし , 物体の姿勢推定を扱わないため , 対応点レベルでの正確さは求めない .

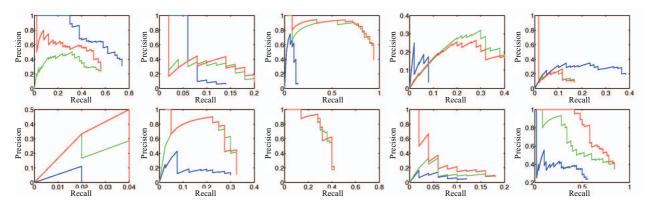


Fig. 5 Precision-Recall カーブ. 左上から順に,対象物体 No. 1,..., No. 10 である. 青線は SIFT 特徴点と式(3)(ベースライン)の対応点集合類似度を用いた場合,緑線は RGB 最近傍探索と式(3)(ベースライン)の対応点集合類似度を用いた場合,そして赤線は RGB 最近傍探索と式(4)(提案手法)の対応点集合類似度を用いた場合である.

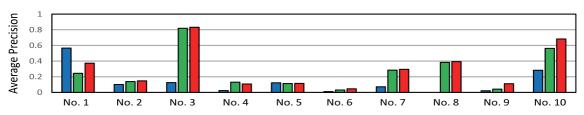


Fig. 6 Average Precision. 色と手法の対応は図 5 と同様である.

3-2 リアルタイムシステムへの実装 前節で示した実験結果から,SIFT 特徴点を用いる場合よりも,単純な点の RGB 値の k 最近傍探索(k=5)の方が性能が良いことが分かった.この結果は,初期の入力候補対応点集合として,表現力の高い記述子の類似度等を用いた絞り込みを行うよりも(質が悪くても)大量の候補を挙げる戦略の方が性能が高いことを示唆している.これは候補対応集合が誤対応点を多く含むことを許すグラフマッチング特有の性質であり,例えば,従来よく使われてきた RANSAC 等の手法とは大きく異なる 2 .点の RGB 値の最近傍探索を行う我々の手法は,特徴点を抽出する処理が必要がない.このため,我々の手法は以下の利点を有する.

- テクスチャが少ない物体の検出にも有効である.
- 処理が高速である.

本節では特に第二の利点に注目し,提案手法をリアルタイムシステムに実装して評価を行う.

ROS (Robot Operating System) で PCL (Point Cloud Library) の関数を使用し, Kinect センサの点群をリアルタイムに取得して,シングルコア CPU³で処理を行うシステムを実装した.評価用に,連続する 167 フレームの RGB-D 画像を取得し,ある物体(財布)を検出

物体参照画像からのサンプリング点数に対する処理時間を図8に示す.ただし、観測RGB-D画像からのサンプリング点数は20,480とした.点数を300程度に削減してもAverage Precisionが0.9以上の高い検出性能が出ていることが分かる.また、点数が1,000以下のとき、全体の処理の中で、最近傍探索を行うためのkd木の構築時間がボトルネックになることが分かった.次に、観測RGB-D画像からのサンプリング点数に対する処理時間を図9に示す.ただし、物体参照画像からのサンプリング点数は300とした.点数が17,000点以上の範囲ではAverage Precisionが0.9以上の高い検出性能が確保されており、1フレームの平均処理時間は0.056秒以下であった.

する処理を行った.処理結果の一部を図7に示す.このとき,物体参照画像からは300点をランダムにサンプリングし,環境を観測したRGB-D画像(640×480)からは20,480点をランダムにサンプリングしている.点群の読み込み・メモリの開放等を含む1フレームの処理時間の平均は0.059秒であり,Average Precisionは0.97であった.比較として,1フレームからSIFT特徴点を抽出して参照画像中のSIFT特徴点とのマッチングを行う処理時間の平均は0.42秒であり,提案手法が十分に高速であることが分かる.

 $^{^2}$ RANSAC は正解の対応点が誤対応点よりも多くなければ良い結果が得られにくい

³Intel(R) Xeon(R) CPU X5680 @3.33GHz を使用した.

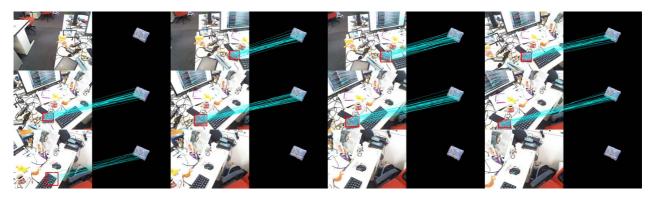


Fig. 7 連続 RGB-D 画像からの物体検出処理結果の一部.

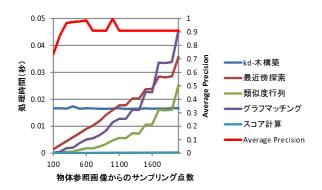


Fig. 8 物体参照画像からのサンプリング点数に対する処理時間.

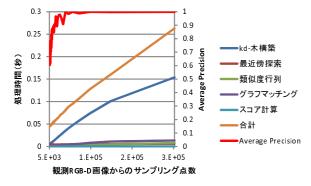


Fig. 9 観測 RGB-D 画像からのサンプリング点数に 対する処理時間.

4. 結 論

本研究では,RGB-D 画像を入力として検出対象物体のRGB-D 参照画像との対応点を求め,対応点ペア類似度行列の二次割当問題を解いて得られた対応点集合に対して,その正当性を評価する対応点集合類似度を導入し,パラメータを物体毎に学習する手法を提案した.提案手法は,対応点集合類似度が,正解の対応点集合は高く,不正解の対応点集合は低くなるよう,二組の対応点ペアに対する重みを学習する.実験では,全ての対応点ペアを均一に評価する場合(ベースライ

ン)に対して、提案手法を用いた場合に約15%の性能向上が確認できた.また、ROSとPCLを用いたリアルタイムシステムへの実装を行い、Kinectセンサから取得するRGB-D画像を入力として、実行時間を評価した.提案手法は対応点ペアを評価する任意の類似度関数に対して適用可能であり、とりわけ、三組以上の対応点ペアの類似度を用いるハイパーグラフマッチングへの応用が今後の展望である.さらに、より大規模なデータセットを用いた評価も行っていく.

参考文献

- (1) Serge Belongie, Jitendra Malik, and Jan Puzicha. Shape matching and object recognition using shape contexts. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)*, 24(4):509–522, 2002.
- (2) Tibério S. Caetano, Julian J. McAuley, Li Cheng, Quoc V. Le, and Alex J. Smola. Learning graph matching. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence* (*PAMI*), 31(6):1048–1058, 2009.
- (3) Marius Leordeanu and Martial Hebert. A spectral technique for correspondence problems using pairwise constraints. In *Proc. IEEE ICCV*, 2005.
- (4) Marius Leordeanu and Martial Hebert. Smoothing-based optimization. In *Proc. IEEE CVPR*, 2008.
- (5) Marius Leordeanu, Rahul Sukthankar, and Martial Hebert. Unsupervised learning for graph matching. *Int. J. of Computer Vision*, 96(1):28–45, 2012.
- (6) Marius Leordeanu, Andrei Zanfir, and Cristian Sminchisescu. Semi-supervised learning and optimization for hypergraph matching. In *Proc. IEEE ICCV*, 2011.
- (7) D. G. Lowe. Object recognition from local scale-invariant features. In *Proc. IEEE ICCV*, 1999.
- (8) Deepti Pachauri, Maxwell Collins, Vikas Singh, and Risi Kondor. Incorporating domain knowledge in matching problems via harmonic analysis. In *Proc. ICML*, 2012.
- (9) Emanuele Rodolà, Andrea Albarelli, Filippo Bergamasco, and Andrea Torsello. A scale independent selection process for 3d object recognition in cluttered scenes. Int. J. of Computer Vision Special Issue on 3D Imaging, Processing and Modeling Techniques, 19, 2012.